



AI-1107

B. A. / B. Sc. (Part-I)
Term End Examination, 2020-21

MATHEMATICS

Paper : Second

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 50

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I

Unit-I

2. (a) ϵ - δ विधि का प्रयोग कर सिद्ध कीजिए

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) = 15$$

(2)

By using ϵ - δ method, prove that

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 2x) = 15$$

(b) निम्न फलन $f(x)$ की सातत्य की जांच मूलबिन्दू पर कीजिए—

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$$

Test for continuity of the following function at $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x e^{1/x}}{1 + e^{1/x}}, & \text{if } x \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

2. (a) यदि $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, तो सिद्ध कीजिए कि

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

If $y^{1/m} + y^{-1/m} = 2x$, then prove that

$$(x^2 - 1)y_{n+2} + (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$$

(b) $\sin x$ के $(x - \pi/2)$ की घातों में टेलर प्रमेय से प्रसरित कीजिए।

Expand $\sin x$ in power of $(x - \pi/2)$ by Taylor's theorem.

इकाई-II

Unit-II

3. (a) निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए—

$$y^3 + x^2y + 2xy^2 - y + 1 = 0$$

Find the asymptotes of the following curve :

$$y^3 + x^2y + 2xy^2 - y + 1 = 0$$

(b) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ के बिन्दु

$$(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta) \text{ पर वक्रता त्रिज्या } 3 a \sin \theta \cos \theta$$

है।

Prove that the radius of curvature at the point

$$(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta) \text{ of the curve } x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

is $3 a \sin \theta \cos \theta$.

4. (a) वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$.

(b) हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

इकाई-III

Unit-III

5. (a) सिद्ध कीजिए—

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

(b) वक्र $a^2y^2 = a^2x^2 - x^4$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the complete area of curve

$$a^2y^2 = a^2x^2 - x^4$$

6. (a) परवलय $y^2 = 4ax$ के शीर्ष से नाभिलम्ब में एक सिरे तक के चाप की लंबाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of the parabola $y^2 = 4ax$ from the vertex to an extremity of the latus rectum.

(b) दीर्घवृत्त

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

के उसके दीर्घ अक्ष के परितः घुमाने से बने ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

Find the volume of the solid generated by revolving the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

about major axis.

इकाई-IV

Unit-IV

7. (a) हल कीजिए—

$$(a^2 - 2xy - y^2) dx - (x^2 + y^2) dy = 0$$

Solve :

$$(a^2 - 2xy - y^2) dx - (x^2 + y^2) dy = 0$$

(b) हल कीजिए—

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

Solve :

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

8. (a) हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = e^x + \sin 2x$$

(b) हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5x \frac{dy}{dx} + 4y = x \log x$$

इकाई-V

Unit-V

9. (a) हल कीजिए—

$$(3-x) \frac{d^2y}{dx^2} - (9-4x) \frac{dy}{dx} + (6-3x)y = 0$$

Solve :

$$(3-x) \frac{d^2y}{dx^2} - (9-4x) \frac{dy}{dx} + (6-3x)y = 0$$

(b) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Solve by the method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

10. (a) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{dy} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

Solve :

$$\frac{dx}{dy} + 4x + 3y = t$$

$$\frac{dy}{dt} + 2x + 5y = e^t$$

(b) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$$

Solve :

$$\frac{dx}{mz - ny} = \frac{dy}{nx - lz} = \frac{dz}{ly - mx}$$